第四周习题课 隐函数（续），空间曲线与曲面

一．隐函数的二阶（偏）导数

1. 设，其中函数于的二阶偏导数连续，求

解：，其中，。



而 。所以

，其中，。



。



。





；









。

代入即可。

1. 设二阶连续可微，并且满足方程



若令 试确定为何值时能变原方程为 .

解 将看成自变量，看成中间变量，利用链式法则得











=

由此可得, =

==0

只要选取使得 , 可得 .

问题成为方程有两不同实根，即要求： .

令,,即可。

此时，.

.

1. 设, 又,, ,求 ,  

解: ,

两边对求导,

. (1)

,

两边对求导,

, .

两再边对求导,

. (2)

由已知 , (3)

(1), (2), (3) 联立可解得:



**二、向量函数的微分和导数**

**1．** 计算极坐标、柱坐标、球坐标变换的Jacobi矩阵和Jacobi行列式：

（1）平面极坐标变换 ，也即；

（2）空间柱坐标变换，也即；

（3）空间球坐标变换，也即。

解：直接计算如下

（1），

；

（2） ，

；

（3） ，

。

**2.** 计算向量复合函数的Jacobi矩阵：

（1），，，在；

（2），。

解：（1）记，，，在时，

，

，

。

法二：由 ， 得到



，

，

再将带入即得……

（2）由题意 ，，并且

，，，







三、切平面,切线,法平面,法线



解： ，解得





。

解：

，代入得



。因此都经过原点。



解：，， ，



， 





解得

 



 

 .  

, ,代入得到

。